Exercice n1

Dans chacun des énoncés suivants, des affirmations sont proposées. Pour chacune d'elles, répondre par VRAI ou FAUX. On ne demande pas de justifications.

Question 1

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;-2] \cup [2\,;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{1}{2}\left[x+\sqrt{x^2-4}\right]$

❏ Faux ❏ Vrai	A	f est dérivable sur $]-\infty\,;-2[$ et sur $]2\,;+\infty[$
❏ Faux ❏ Vrai	B	Pour tout x pour lequel f est dérivable, on a : $f'(x)=\frac{1}{2}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2-4}}\right]$
❏ Faux ❏ Vrai	C	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
❏ Faux ❏ Vrai	D	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

Question 2

Soit f la fonction définie par : pour tout $x \in IR \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ $f(x)=\frac{x}{x-|x|+1}$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

❏ Faux ❏ Vrai	A	$\lim\limits_{x\to0^+} \frac{f(x)}{x}=1$
❏ Faux ❏ Vrai	B	f est dérivable en x = 0
❏ Faux ❏ Vrai	C	C_f admet la droite d'équation $y=\frac{1}{2}$ pour asymptote.
❏ Faux ❏ Vrai	D	C_f admet la droite d'équation x = 1 pour asymptote.
❏ Faux ❏ Vrai	E	L'équation $f(x)=2$ admet une solution unique.

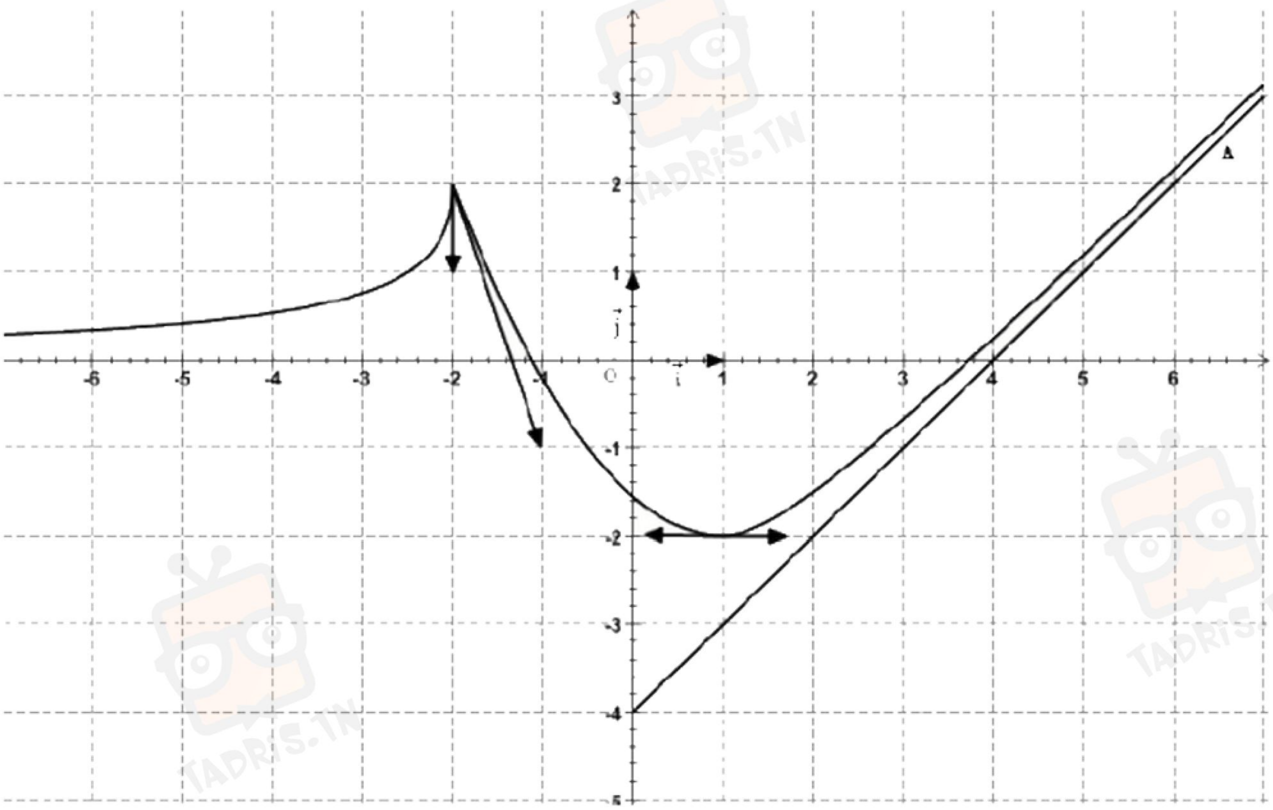
Question 3

Pour tout θ et α pour lesquels les expressions suivantes sont définies, on a :

❑ Faux ❑ Vrai	A	$\sin^2 \theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$
❑ Faux ❑ Vrai	B	$\cos 2\theta = \dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$
❑ Faux ❑ Vrai	C	$\cos\theta \sin\alpha = \dfrac{1}{2}[\cos(\theta+\alpha) - \cos(\theta-\alpha)]$

EXERCICE N2

On a représenté ci - dessous, la courbe d'une fonction f définie sur IR.



La droite Δ est une asymptote oblique à la courbe de f en + ∞ et l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe de f en - ∞.

1. Déterminer graphiquement :

   a) $\lim\limits_{-\infty} f$; $\lim\limits_{-\infty} f$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x + 4$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} \dfrac{f(x) - 2}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} \dfrac{f(x) - 2}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)+2}{x-1}$.

   b) Les intervalles sur les quels f est dérivable.

2. Sachant que pour tout réel $x \geq 1$, on a : $f(x) = x - 4 + \frac{1}{x}$, trouver une valeur approchée de f(2,001).

EXERCICE N3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-6x+8} & si\ x\leq 2\\ x-1-\dfrac{4}{x+2} & si\ x>2\end{cases}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Montrer que f est continue en 2.

2. Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3. Montrer que f est dérivable à droite en 2. Ecrire une équation de la demi tangente à (ζ_f) à droite en 2.

4. On note (t_1) et (t_2) les demi tangentes respectives à gauche et à droite en 2 de (ζ_f).

   Soit I le point de (t_1) d'ordonné 2 et J le point de (t_2) d'abscisse 3.

   Calculer $\cos \widehat{IAJ}$. Où A est le point d'abscisse 2 de (ζ_f).

5. Soit $a\in]2,+\infty[$.

   a) Montrer que f est dérivable en a et calculer $f'(a)$

   b) Existe t –il des points de (ζ_f) d'abscisse $a>2$ en les quels la tangente soit parallèle à la droite Δ d'équation $10x-9y-1=0$.

6. a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-6x+8}+x-3$. Quelle interprétation graphique peut on déduire pour la courbe (ζ_f) ?

   b) Montrer que la droite $D: y=x-1$ est une asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage de $+\infty$.

   c) Déterminer la position relative de (ζ_f) par rapport à D sur $]2,+\infty[$.

EXERCICE N4

Cet exercice est composée de trois questions indépendantes :

1. On considère le repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

a) Soit A le point de coordonnées cartésiennes $(2\,;-2)$. Quelles sont ses coordonnées polaires ?

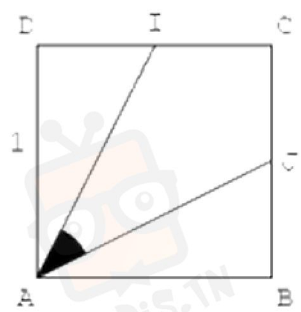
b) Soit B le point de coordonnées polaires $\left(2\sqrt{2}\,;\frac{5\pi}{4}\right)$. Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.

c) Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifier.

2. a) Développer $\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2$, puis simplifier le résultat.

b) En considérant la relation liant $\cos 2a$ et $\cos^2 a$, montrer que

$\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$



3. Sur la figure ci-contre,

$ABCD$ est un carré de côté 1, I et J sont les milieux respectifs de $[DC]$ et $[BC]$. On note α la mesure de l'angle $\widehat{IAJ}$.

Donner la valeur exacte de $\cos\alpha$